Izabrani ispitni zadaci iz Teorije elementarnih čestica

1. Kartanova podalgebra grupe SU(3) data je generatorima

$$H_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad H_2 = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

   Ako se umesto težina m_1 i m_2 definišu novi kvantni brojevi $I_3 = m_1\sqrt{6}/2$ i $Y = m_2\sqrt{2}$, koristeći se Jangovim šemama nacrtati težinske dijagrame za 6 i 6^* reprezentacije.

2. Na osnovu kvantnih brojeva odrediti od kojih se kvarkova sastoje čestice Δ^{++}, π^0, $\bar{\kappa}^0$, Σ^{*+}, Ω^-, Λ^0, Ξ^-, Σ^0, κ^- i p.

3. Naći tenzor energije-impulsa (očuvana struja pri translacijama) za elektromagnetno polje. Rezultat izraziti preko električnog i magnetnog polja. Ispitati da li je tenzor energije-impulsa koji se dobija neposrednom primenom Neter teoreme gejdž–invarijantan.

4. Proveriti da li operator $M^2 = M_{\mu\nu}M^{\mu\nu}$ komutira sa svim generatorima Poankareove grupe i prokomentarisati rezultat. Komutacione relacije generatora Poankareove grupe date su sa

$$[M_{\mu\nu}, M_{\alpha\beta}] = i\,(g_{\mu\beta}M_{\nu\alpha} + g_{\nu\alpha}M_{\mu\beta} - g_{\mu\alpha}M_{\nu\beta} - g_{\nu\beta}M_{\mu\alpha})\,,$$

$$[M_{\mu\nu}, P_\alpha] = i\,(g_{\nu\alpha}P_\mu - g_{\mu\alpha}P_\nu) \text{ i } [P_\mu, P_\nu] = 0.$$

5. Dokazati da je $[D_\mu, D_\nu]L = -ig[F_{\mu\nu}, L]$, gde je $L = L^a T^a$ element Lijeve algebre.

6. Dat je lagranžijan $\mathcal{L} = (\partial_\mu\phi)^\dagger(\partial^\mu\phi) - \mu^2\phi^\dagger\phi - \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$, gde je ϕ dublet kompleksnih skalarnih polja.

   a) Pokazati da je $\mathcal{L}$ invarijantan na globalnu SU(2) simetriju, naći Neter struju i proveriti da li je ona očuvana.

   b) Napisati lagranžijan koji se dobija lokalizacijom SU(2) simetrije.

   c) Za lagranžijan pod b) uzeti da je $\mu^2 < 0$ i analizirati maseni spektar teorije, birajući vakuum $\langle\phi\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v, 0)^T$. Prokomentarisati broj stepeni slobode pre i posle spontanog narušenja simetrije.

7. Proveriti da li je Neter struja za slobodni Jang-Milsov lagranžijan zaista očuvana veličina, tj. da li važi $\partial_\mu J^\mu = 0$.

8. Nacrtati sve dijagrame koji u najnižem redu teorije perturbacije, u okviru Vajnberg–Salamovog modela, daju doprinos procesu $\mu^+ + \mu^- \to W^+ + W^-$. Zatim izračunati širinu raspada $Z^0 \to \mu^+ + \mu^-$.

9. Na osnovu zakona održanja dopuniti sledeće procese:

$$\pi^0 + p \to K^+ + ? + n, \quad \Xi^0 + \mu^- \to ? + \Xi^-, \quad \Sigma^- + ? \to \Lambda^0 + n.$$

10. U okviru Vajnberg–Salamovog modela u najnižem redu teorije perturbacije odrediti širinu raspada $Z^0 \to \mu^+ + \mu^-$.

11. U okviru Vajnberg–Salamovog modela u najnižem redu teorije perturbacije odrediti širinu raspada $W^- \to e^- + \tilde{\nu}_e$. Smatrati da je masa W^- bozona mnogo veća od mase elektrona.

Beograd, 23. april 2003. godine

Antun Balaž