

## ОДЕЉЕЊЕ ЗА МЕХАНИКУ

### МИНИСИМПОЗИЈУМ ПОСВЕЋЕН 80 ГОДИНА МИСАНУ

13. МАЈ 2026, КНЕЗ МИХАИЛОВА 36, САЛА 301Ф

09:55 Отварање скупа

10:00 - 10:45 Милош Којић

**ЈЕДАН ПРЕГЛЕД 50-ГОДИШЊЕГ РАДА НА РАЗВОЈУ И ПРИМЕНИ  
НУМЕРИЧКИХ МЕТОДА И СОФТВЕРА НА УНИВЕРЗИТЕТУ У  
КРАГУЈЕВЦУ**

10:50 - 11:35 Владимир Драговић

**КОНАЧНЕ ГРУПЕ СЛУЧАЈНИХ ШЕТЊИ У КВАДРАНТУ И  
ПЕРИОДИЧНИ ЧЕТВОРОУГАОНИ МЕХАНИЗМИ**

11:35 - 12:05 **КАФЕ ПАУЗА**

12:05 - 12:50 Србољуб Симић

**УОПШТЕНИ МАКСВЕЛ-СТЕФАНОВ МОДЕЛ СА ТЕРМОДИФУЗИЈОМ**

12:50 - 14:00 Пауза за ручак

14:00 - 14:45 Божидар Јовановић

**ИНТЕГРАБИЛНИ ГЕОДЕЗИЈСКИ ТОКОВИ:  
СУБ-РИМАНОВИ И МАГНЕТНИ СИСТЕМИ**

14:50 - 15:35 Данило Карличић

**ЕЛЕКТРО-ВИСКООЕЛАСТИЧНИ МОДЕЛ НЕМАТСКИХ ЕЛАСТОМЕРА**

# ОДЕЉЕЊЕ ЗА МЕХАНИКУ

МИНИСИМПОЗИЈУМ ПОСВЕЋЕН 80 ГОДИНА МИСАНУ  
13. МАЈ 2026, КНЕЗ МИХАИЛОВА 36, САЛА 301Ф

## АПСТРАКТИ



Београд, 2026.

Владимир Драговић  
Универзитет Тексаса у Даласу  
Математички институт САНУ

## **КОНАЧНЕ ГРУПЕ СЛУЧАЈНИХ ШЕТЊИ У КВАДРАНТУ И ПЕРИОДИЧНИ ЧЕТВОРОУГАОНИ МЕХАНИЗМИ**

Приказаћемо наша решења два дуговечна отворена проблема, једног из вероватноће и другог из геометрије и динамике. Први проблем, који је поставио Вадим Малишев 1970. је о опису свих случајних шетњи у квадранту чије су групе коначне, датог реда  $2m$ , за свако  $m > 1$ . До сада су била позната решења у случајевима  $m=2, 3$  и  $4$ . Други проблем, који је поставио Гастон Дарбу 1879. је о опису свих периодичних четвороугаоних механизма, са периодом  $m$ , за свако  $m > 1$ . До сада су била позната решења за  $m=2$ , које је дао сам Дарбу 1879. и за  $m=3$ , Изместијева из 2023.

Предавање се базира на заједничком раду са Миленом Радновић, [arXiv:2512.21976](https://arxiv.org/abs/2512.21976).

Божидар Јовановић  
Математички институт САНУ

## **ИНТЕГРАБИЛНИ ГЕОДЕЗИЈСКИ ТОКОВИ: СУБ-РИМАНОВИ И МАГНЕТНИ СИСТЕМИ**

У излагању ћемо представити недавне резултате добијене у сарадњи са Владимиром Драговићем и Бориславом Гајићем (магнетни ток) и Тијаном Шукиловић и Срђаном Вукмировићем (суб-Риманов ток).

Познато је да је кретање наелектрисане материјалне тачке у хомогеном магнетном пољу у Еуклидском простору описано или правим линијама у правцу магнетног поља, или кружницама у равни нормалној на магнетно поље, или спиралама. Уколико се дода холономна веза да се кретање одвија по сфери, задатак се решава у елиптичким квадратурама. Доказујемо интеграбилност одговарајућег система у произвољној димензији [1,2].

У другом делу предавања представићемо уопштење формуле Брокета, Аграчева и Ђурђевића за експлицитан опис суб-Риманових геодезијских линија на Лијевим групама за суб-Риманове структуре дефинисане ланцима подалгебри [3,4].

[1] V. Dragović, B. Gajić, B. Jovanović, *Integrability of homogeneous exact magnetic flows on spheres*, Regular and Chaotic Dynamics, Vol. 30 (2025) Issue 4, pp. 582–597.

[2] V. Dragović, B. Gajić, B. Jovanović, *A Lax representation and integrability of homogeneous exact magnetic flows on spheres in all dimensions*, Russian Mathematical Surveys, 80 (2025) Issue 5.

[3] B. Jovanovic, T. Sukilovic, S. Vukmirovic, *Almost multiplicity free subgroups of compact Lie groups and polynomial integrability of sub-Riemannian geodesic flows*, Letters in Mathematical Physics, 2024, vol. 114, 14, 16 p.

[4] B. Jovanovic, T. Sukilovic, S. Vukmirovic, *Normal sub-Riemannian geodesics related to filtrations of Lie algebras*, arXiv:2512.05553, to appear in Journal of Geometric Analysis

Данило Карличић  
Математички институт САНУ

## **ЕЛЕКТРО-ВИСКОЕЛАСТИЧНИ МОДЕЛ НЕМАТСКИХ ЕЛАСТОМЕРА**

Еластомери са течним кристалима представљају класу напредних материјала од изузетног значаја за примене у мекој роботизици и развоју меких актуатора. Њихова способност да остваре велике, контролисане деформације под дејством спољашњих поља чини их посебно атрактивним за савремене инжењерске системе. Формулисање математичког модела електро-вискоеластичног понашања нематских еластомера при коначним деформацијама, као и његова нумеричка имплементација, представљају предмет овог предавања. Посебна пажња биће посвећена сложеној спрези електричног поља и механичког одзива материјала. Биће размотрени кључни физички механизми, укључујући Максвелове напоне, ротацију директора, нелинеарне деформације и електрично индукован Фредериксов прелаз. Анализираће се различити режими актуације, утицај дисипације, као и појава електромеханичких нестабилности, попут извијања, које произилазе из интеракције поља и деформација. У другом делу предавања биће изложени резултати текућих истраживања усмерених на развој континуум модела јонског еластомера са течним кристалима. Циљ је формулисање јединственог теоријског оквира за опис спрегнутих електро-механичких и транспортних процеса у овим материјалима.

[1] Karličić, D., Cajić, M., Paunović, S., & Hossain, M. (2026). *Rate-dependent electro-mechanical deformation of nematic liquid crystal elastomers*, International Journal of Solids and Structures, 113998.

Милош Којић

ИР Центар за биоинжењеринг БИОИРЦ, Крагујевац  
Српска академија наука и уметности

## **ЈЕДАН ПРЕГЛЕД 50-ГОДИШЊЕГ РАДА НА РАЗВОЈУ И ПРИМЕНИ НУМЕРИЧКИХ МЕТОДА И СОФТВЕРА НА УНИВЕРЗИТЕТУ У КРАГУЈЕВЦУ**

Саопштење садржи два дела:

1. Документарни филм о развоју програмског пакета ПАК у трајању од 32 минута;
2. Избор неколико најзначајнијих оригиналних решења.

Даље се у овом резимеу даје сажето осврт на ток развоја наших нумеричких решења и инжењерског софтвера који је делимично представљен и у филму. Почетак рада у области нумеричких метода на Универзитету у Крагујевцу сеже до далеке 1972. када се аутор упознао са методом коначних елемената, која је у то време била у замаху који подсећа на данашње представљање вештачке интелигенције. Од тада, уз подршку фабрике “Застава“, почиње развој сопственог програмског пакета **ПАК** (скраћеница: **Програм за Анализу Конструкција**). Може се рећи да је то било “камено доба” у односу на данашњу технологију: бушене картице, само један расположиви компјутер у граду са 1Мб меморије.

У филму и овде у тексту се истичу репрезентативи периоди развоја и наводе неки оригинални методолошки доприноси. Историја развоја ПАК-а, опис софтверског пакета и одабрани прегледни радови дати су у специјалном броју нашег часописа [1].

У првом периоду, до 1983., развијена је основа програма ПАК, углавном за линеарне проблеме, да би 1983., кроз пројекат Фулбрајтове фондације, у раду на МИТ у Лабораторији професора К. Ј. Батеа (Klaus-Jurgen Bathe), аутор увео концепт функције ефективног напона који је постао основа за материјално нелинеарне проблеме у програмима АДИНА и ПАК.

Следећа битна година је 1995., када је аутор у ПАК увео биоинжењеринг као нову област. Она је постала основа за сарадњу са Универзитетом Харвард и Институтом болнице Методист у Хјустону, и учешће у међународним пројектима; основан је Истраживачко развојни центар за биоинжењеринг БИОИРЦ. У овој области су такође формулисана значајна оригинална решења.

Са друге стране, део тима је наставио рад у области инжењеринга. Овде је сарадња са Институтом “Јарослав Черни” од посебног значаја, као и примена на велике инжењерске конструкције у машинском и грађевинском инжењерингу. Кроз типичне примере дате у монографији [1] илуструје се генерална применљивост програма ПАК.

Значајан допринос развоја нумеричких метода и софтвера Универзитету у Крагујевцу и широј заједници се огледа у увођењу нових предмета у настави, као и стасању 19 професора; урађено је 24 магистратуре и 38 доктората, публиковано 220 радова у међународним часописима и 9 књига и монографија у овој области.

После филма биће дато неколико концепата које аутор сматра својим најзначајнијим доприносом.

[1] Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics, Special Issue, Vol. 19, No. 1, 2025.

Србољуб Симић

Департман за математику и информатику,  
Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду

## **УОПШТЕНИ МАКСВЕЛ-СТЕФАНОВ МОДЕЛ СА ТЕРМОДИФУЗИЈОМ**

Моделирање дифузије и термодифузије се у класичном контексту заснива на једначинама биланса масе за компоненте мешавине и једначинама биланса количине кретања и енергије за целу мешавину. Овим једначинама су придружене конститутивне релације за дифузионе протоке, тензор напона и топлотни проток. Термодинамички конзистентан модел допушта унакрсне ефекте (термодифузију) – утицај градијента температуре на дифузиони проток и утицај градијента концентрације (хемијског потенцијала) на топлотни проток. Међутим, показало се да Фиков закон, чак и у уопштеном облику, не даје задовољавајући опис свих облика дифузије који се јављају у вишекомпонентним мешавинама. У том смислу се као супериоран показао Максвел-Стефанов модел, који се ослања на једначине биланса количине кретања за компоненте. И поред тога, до сада није систематски анализирано моделирање термодифузије у контексту Максвел-Стефановог модела.

У овом саопштењу ће бити приказани резултати моделирања мешавина Навије-Стокс-Фуријеових флуида којима се уопштава Максвел-Стефанов модел и у њега укључује термодифузија. Математички модел чине једначине биланса масе и количине кретања за компоненте мешавине и једначина биланса енергије за целу мешавину. Термодинамичка конзистентност (компатибилност са једначином биланса ентропије) обезбеђена је применом метода множитеља. Термодифузија се у моделу појављује као унакрсни ефекат, и то кроз присуство топлотног протока у генеративним члановима једначина биланса количине кретања за компоненте и кроз присуство дифузионих протока у конститутивној релацији за топлотни проток.

Резултати истраживања су добијени у заједничком раду са Загорком Матић.