

ПОБОЉШАЊЕ МЕТОДА МРАВЉИХ КОЛОНИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НП- КОМПЛЕТНИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ ЗАДАТАКА НА ГРАФОВИМА

Рака Д. Јовановић

Преглед

- Комбинаторијални проблеми
- Оптимизација мрављим колонијама (ОМК)
- Стагнација код ОКМ
- Унапређење ОКМ употребом метода искључивања сумњивих елемената (МИСЕ) илустрованом на неколико проблема
- Паралелизација ОКМ
- Закључак

Комбинаторијални проблеми

- Широк спектар проблема из правог живота, попут трасирања, постављања постројења, су у многим случајевима НП-комплетни
- Код практичних апликација није неопходно наћи оптимално решење већ су често и приближна довољно добра
- Развијен је велик број методи који израчунавају приближна решења.

Метахеуристике за решавање комбинаторијалних проблема

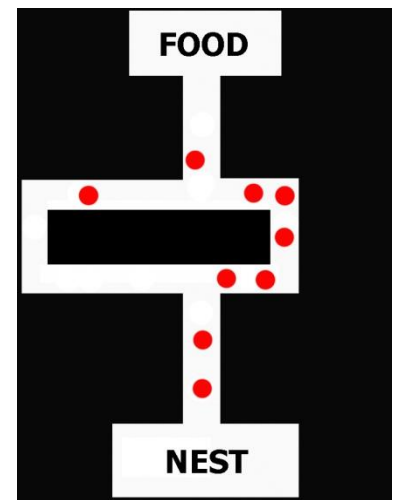
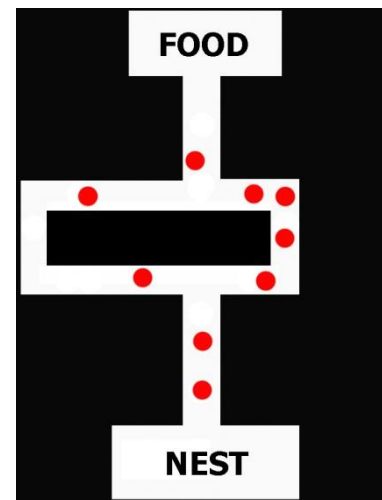
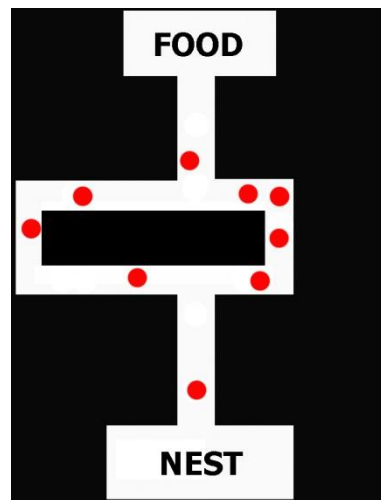
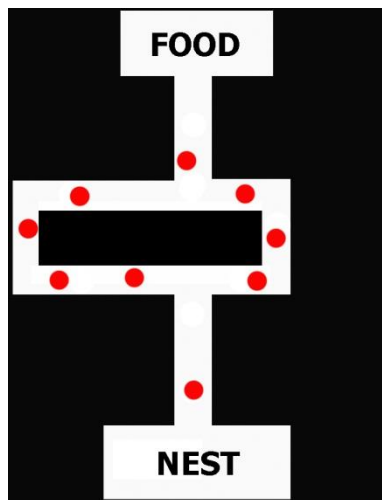
- Детерминистичке
 - Исцрпна претрага
 - Грамзиви алгоритам
- Не детерминистичке
 - Монте Карло
 - Локалне претраге (Симулирано каљење, табоо претрага)
 - Засновани на популацији
 - Генетски алгоритми
 - Интелигенција ројева

Интелигенција ројева

- Облик колективног понашања децентралисане самоорганизоване групе јединки
- Низ простих јединки решавају комплексне проблеме кроз сарадњу
- Овакав вид понаша се преводи у математички модел и одговарајућу метахеуристику
- Оптимизација ројевима честица,
Оптимизација пчелињим колонијама

Оптимизација мрављим колонијама (ОМК)

- ОМК је метахеуристика за решавање оптимизационих проблема
- Имитира понашање колоније мрава приликом скупљања хране
- Мрави користе феромон за кооперацију

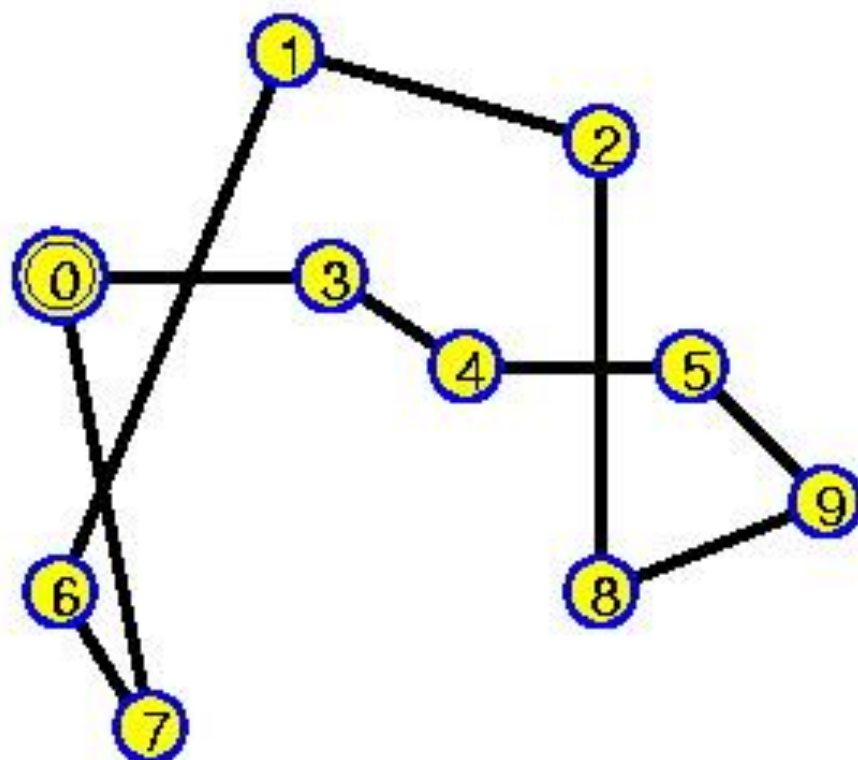


Опште о ОМК

- Развијен од стране Марка Доринга (Marco Dorigo) 1992 за проблем трговачког путника
- Пробабилистички алгоритам који користи концепт вештачких мрава
- ПТП је дефинисан на графу $G(V,E)$
- Феромон се депонује на ивицама графа на ком је проблем дефинисан
- Неколицина мрава грамзивим алгоритмом креира решења користећи хеуристику која зависи од дужине ивица и одговарајуће вредности феромона

GREEDY SOLUTION for TSP

Geometric graph with 10 nodes



Solution: (0, 3, 4, 5, 9, 8, 2, 1, 6, 7, 0)

- Транзиционо правило

$$s = \begin{cases} \arg \max_{s \notin M_k} \left\{ \tau_{rs}^\alpha \eta_{rs}^\beta \right\}, & q > q_0 \\ S & , q \leq q_0 \end{cases} \quad p_{rs}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{rs}^\alpha \eta_{rs}^\beta}{\sum_{u \notin M_k} \tau_{ru}^\alpha \eta_{ru}^\beta}, & s \notin M_k \\ 0 & , s \in M_k \end{cases}$$

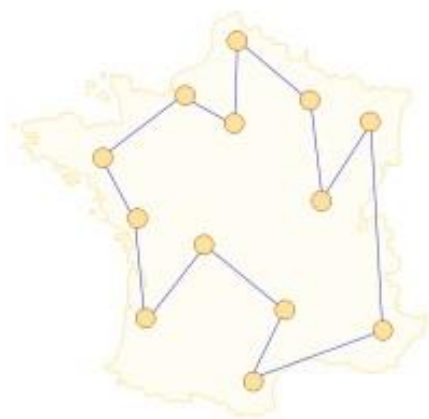
- Глобално правило ажурирања (награђивање)

$$\tau_{ij} = (1 - p) \tau_{ij} + p \Delta \tau^k, \quad \forall ij \in B^k$$

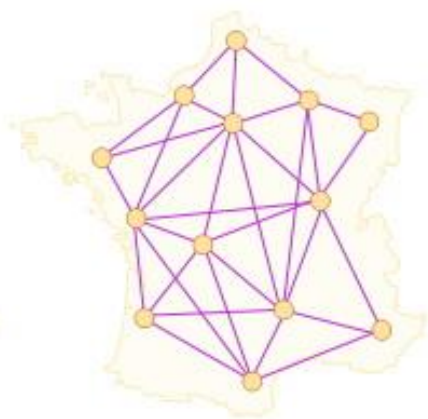
- Локално правило ажурирања (избегавање реупотребе)

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \tau_{ij} + \varphi \tau_0$$

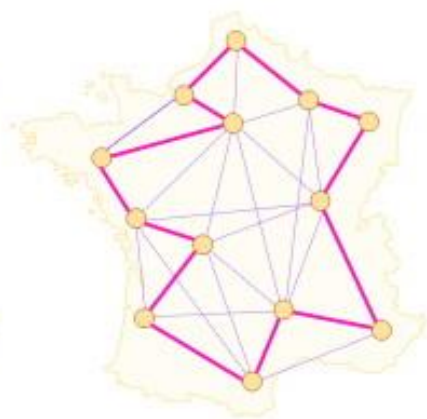
- Генерисање великог броја решења



1



2



3



4

1. Решење генерисано грамзивом хеуристиком
2. Иницијални феромонски траг
3. Стање феромонског трага након n итерација
4. Оптимално решење

Унапређивање ОМК

- Хибридизација
 - Комбиновање ОМК са Генетски Алгоритмом
 - Додавање локалне методе претраге
- Генерално тешки за имплементацију због потребе за развојем два алгоритма
- Природнији приступ су варијације ОМК кроз различите стратегије депоновања феромона (ММАС, СМК, РМС...)

[An Analysis of Different Variations of Ant Colony Optimization to the Minimum Weight Vertex Cover Problem](#), Raka Jovanovic, Milan Tuba, **WSEAS Transactions on Information Science and Applications**, Vol. 6, No. 6, pp. 936-945 (2009)

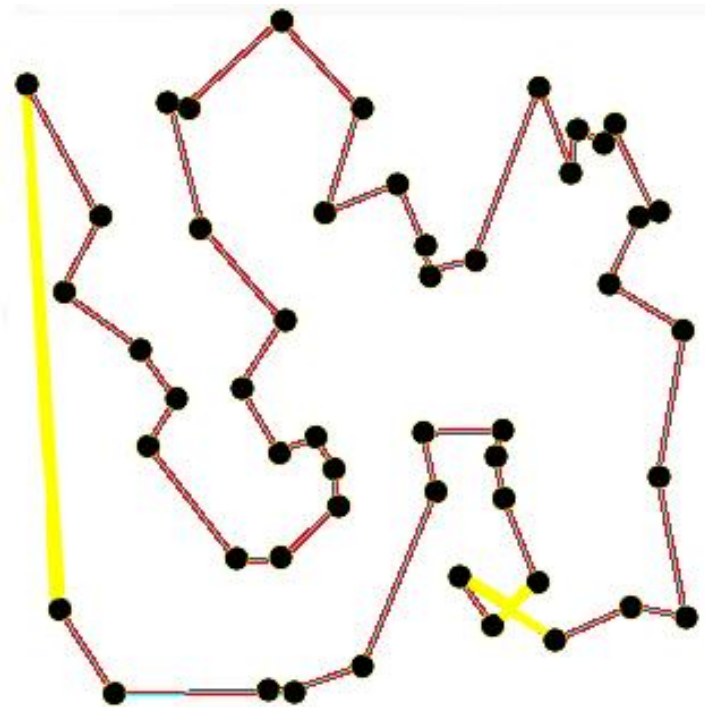
[An Object-Oriented Framework with Corresponding Graphical User Interface for Developing Ant Colony Optimization Based Algorithms](#), Raka Jovanovic, Milan Tuba, Dana Simian, **WSEAS Transactions on Computers**, Vol. 7, No. 12, pp. 1948 – 1957 (2008)

Избегавање стагнације код ОМК

- Мин макс мрављи систем (ММАС)
 - Једино глобално најбоље решење оставља феромон
 - Вредности феромона су ограничене $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$
- Ресетовање феромонског трага када је дошло до стагнације
- Стратегија минималног прага феромона додаје $\tau_{\min} < \tau_{th} < \tau_{\max}$. У случају да је вредност феромона мања од прага, поставља се на максималну вредност

Корекција феромонског трага методом искључивања сумњивих елемената (МИСЕ)

- Добра решења ретко садрже дугачке или укрштајуће ивице
- Посматрањем рада ОМК за ПТП, уочено је да се доста времена се проводи на међу решењима која поседују ове особине
- Покушати избећи генерисање решења са оваквим особинама
- Могуће је постићи снижавањем вредности феромона



- Додаје се апостериори хеуристика за елементе најбољег нађеног решења
- Дефинише се функција непожељности (сумњивости) $Sus(edge, path)$
- Дефинише се вероватноћа за N најсумњивијих ивица да буду селектоване за корекцију феромонског трага

$$p_{rs} = \frac{N - RankSus(rs)}{N}$$

- Смањује се снага феромона на изабраним ивицама

$$\tau_{rs} = \delta \tau_{rs}$$

- Да би се избегло константна селекција исте групе ивица неопходна је следећа корекција функције непожељности

$$\text{CorSus}(rs) = \text{Sus}(rs) * \text{ExSuspect}(rs)$$

- *ExSuspect* је низ који прати колико су често биране појединачне ивице

$$0 < \lambda < 1$$

$$\text{ExSuspect}(rs) = \text{ExSuspect}(rs) * \lambda$$

- Низ *ExSuspect* се ресетује ако је ново најбоље решење нађено

Reset Solution for all Ants

while (! AllAntsFinished)

For All Ants

add new edge AB to solution based on probability

local update rule for AB

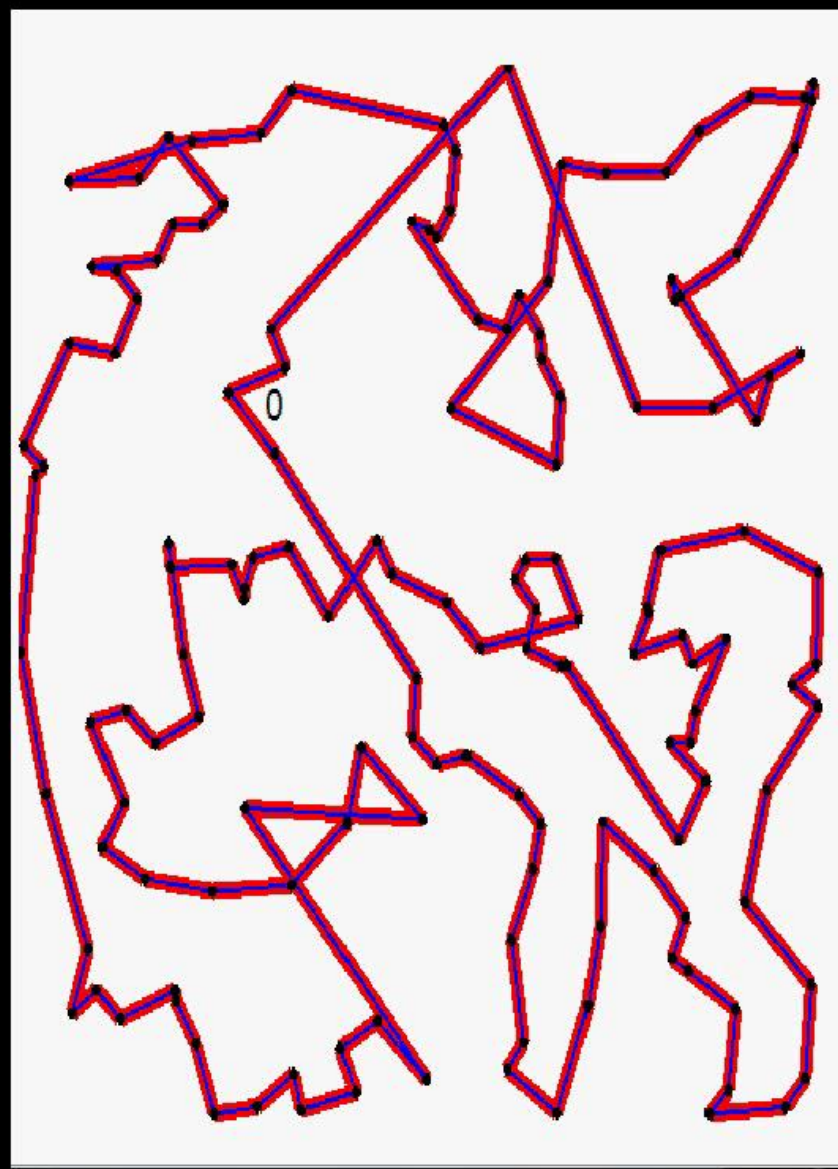
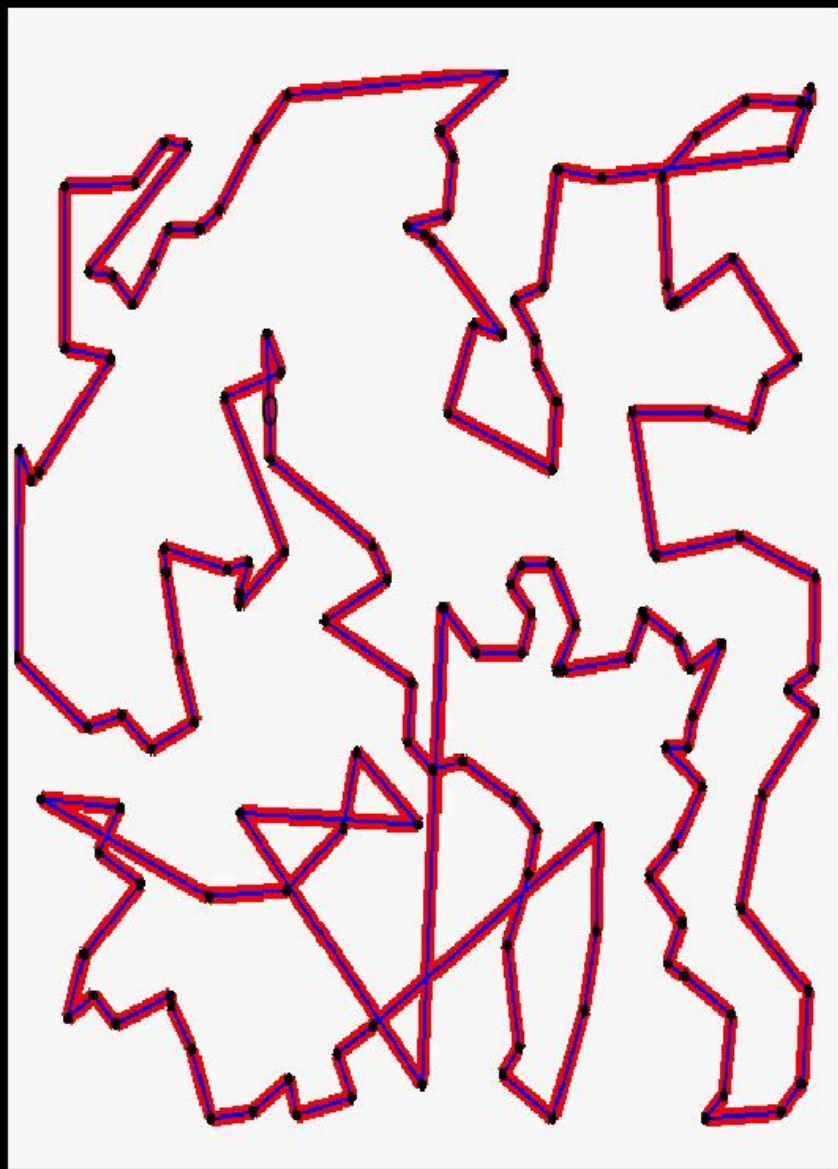
End for

End while

Compute Global Update

If(Stagnation)

Use SuspisionCorrectionMethod



Problem	OPT	PSO		ACO		SEE	
		Best	AvgErr(%)	Best	AvgErr(%)	Best	AvgErr(%)
eil51	426	427	2.58	427	0.52	427	0.23
berlin52	7542	7542	3.85	7542	0.28	7542	0.13
st70	675	675	3.34	676	1.50	675	1.36
eil76	538	546	4.17	538	1.21	538	1.19
pr76	108159	108280	3.82	108359	2.94	108358	2.62
kroa100	21282	-	-	21282	0.77	21282	0.72
lin105	14379	-	-	14379	0.38	14379	0.38
pr124	59030	-	-	59385	0.84	59030	0.72
pr136	96772	-	-	96785	1.09	96781	0.70
u159	42080	-	-	42080	1.27	42080	0.45
kroa200	29368	-	-	29532	1.21	29490	0.93

Поређење резултата за ТСПЛИБ (TSPLIB) постигнуте употребом
 PSO, ОМК, и ОМК +МИСЕ

An ant colony optimization algorithm with improved pheromone correction strategy for the Traveling Salesman problem, Raka Jovanovic, Milan Tuba, Journal of Systems and Electronics (submitted)

Ефекти

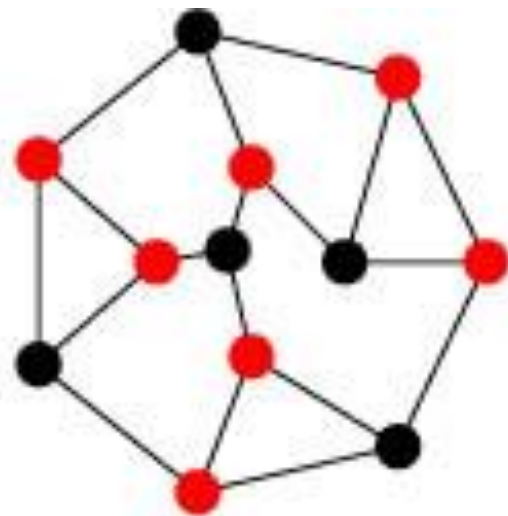
- Побољшан је квалитет најбољег нађеног и просечног решења
- Никад није смањен квалитет просечног решења за довољно велик број извршених итерација
- Јако мало повећање укупног времена извршавања алгоритма

Проблем минималног тежинског чворног покривача графа (ПМТЧПГ)

- Неусмерен граф $G = (V, E)$
- Тежине су додељене чворовима
- $V' \subset V$ је чворни покривач ако:

$$\forall (e(v_1, v_2) \in E)(v_1 \in V' \vee v_2 \in V')$$

- Минимални тежински чворни покривач је чворни покривач који има минималну суму тежина



Апликација ОМК за ПМТЧП

- Главне разлике у односу на стандардну апликацију ОМК (SJ Shyu)
 - Решење је подскуп скупа чворова а не његова пермутација
 - Хеуристичка функција за избор чворова је једнака броју ново покривених ивица подељено са тежином чвора
 - Хеуристичка функција је динамичка, односно мења се како се нови чворови додају парцијелном решењу, супротно ПТП-у где је она статичка

- Хеуристичка функција при кораку k

$$\eta_{jk} = \frac{\sum_{(i,j) \in E_c} \psi_k(i, j)}{w(j)}$$

- Мрави депонују феромон на чворовима уместо ивицама
- Транзиционо правило мрава

$$p_j^k = \begin{cases} 1 & , q > q_0 \ \& \ j = \arg \max_{i \in A_k} \tau_i \eta_{ik}^\alpha \\ 0 & , q > q_0 \ \& \ j \neq \arg \max_{i \in A_k} \tau_i \eta_{ik}^\alpha \\ \frac{\tau_j \eta_{jk}^\alpha}{\sum_{i \in A_k} \tau_i \eta_{ik}^\alpha} & , q \leq q_0 \end{cases}$$

- Глобано правило ажурирања

$$\tau_i = (1 - p)\tau_i + \Delta\tau_i \quad \Delta\tau_i = \frac{1}{\sum_{j \in V'} w(j)} \quad , i \in V'$$

- Локално правило ажурирања

$$\tau_i = (1 - \varphi)\tau_i + \varphi\tau_0$$

Инспирација за МИСЕ апликацију на ПМТЧП

- Из посматрања понашања ОМК на ПМТЧП може се уочити да у раној фази алгоритма у генерисаним решењима постоје чворови који се могу уклонити из њега а да остатак и даље представља покривач
- Сматраћемо да чворови који имају велику тежину а самостално покривају мали број ивица имају малу вероватноћу да се нађу у добрим решењима

Дефиниција сумњивости

- Ивица e је покривена скупом чворова V' ако
$$\exists(a \in V')(\exists b)((a, b) = e)$$

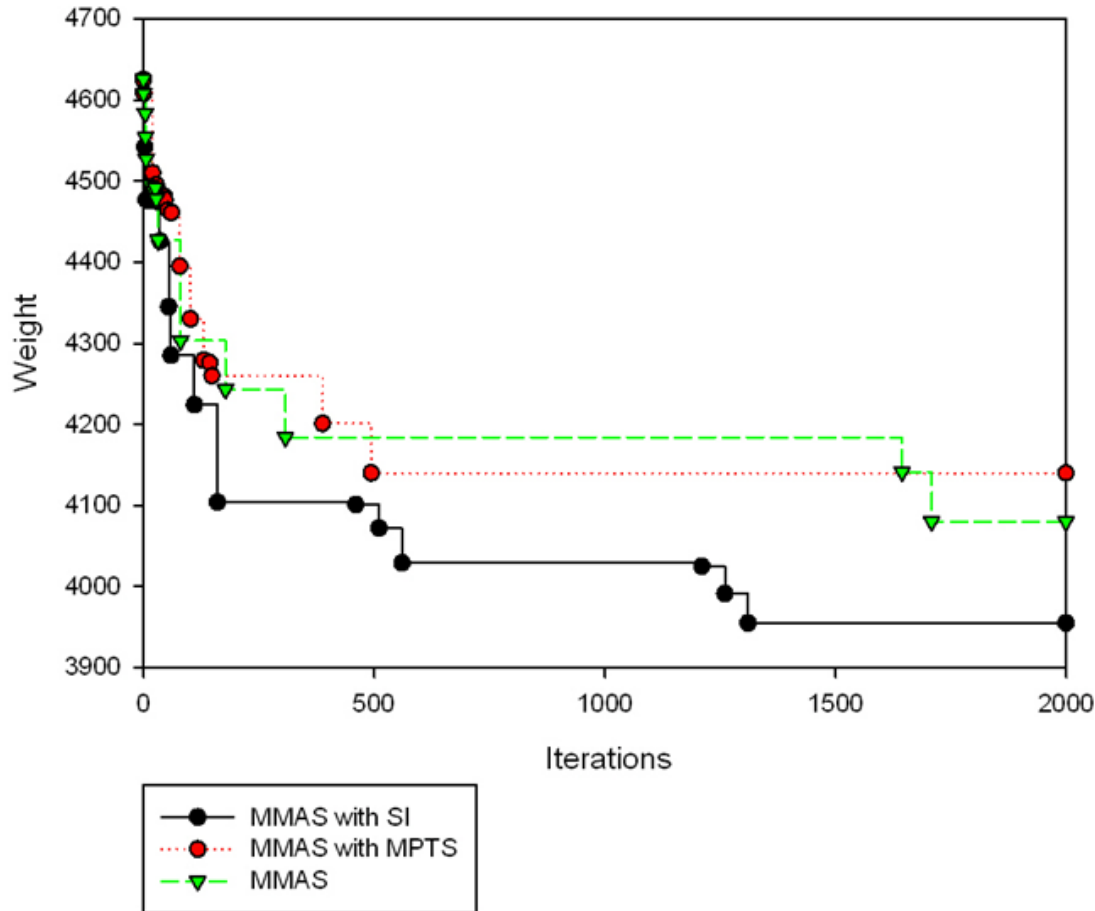
- Хеуристика којом се израчунава сумњивост чвора да се налази у глобално најбољем решењу је следећа

$$Sus(i, V') = w(i)NCE(V', \{i\})$$

- NCE даје број ивица које су покривене скупом чворова V' .

- Вероватноћа избора чвора за феромонску корекцију, праћење колико су често бирани чворови и корекција феромона су аналогни случају ПТП
- Овакав приступ је постигао напредак у скоро свим тест проблемима када се посматра квалитет решења
- Додатно процесорско време за извршење истог броја итерација је био приближно 1 %
- Број потребних итерација да би се постигао исти квалитет решења као ММАС варијација ОМК је био свега 30%

Intermediate solution for problem with 100 nodes, 1278 edges



[An ant colony optimization algorithm with improved pheromone correction strategy for the minimum weight vertex cover problem](#), Raka Jovanovic, Milan Tuba , **Applied Soft Computing**, Vol. 11, No. 8, pp 5360-5366 (2011)

Проблем минималног доминирајућег скупа

- Тесно је повезан са проблемима Мобилних ад хок (MANETS) и сензорских мрежа
- Доминирајући скуп за граф $G(V,E)$ је подскуп чворова D такав да је сваки чвор у G или припада D или је суседан неком од чворова у D .
- Минимални домирајући скуп је онај који има најмање чворова
- Две важне верзије овог проблема су тежински и повезани доминирајући скуп

Грамзиви алгоритам за тежинску верзију проблема

- Чворовима су додате тежине, и тражи се подскуп са минималном сумом тежина
- При итерацији n , делимично конструисаном решењу се додаје нови чвор $i \in V_n$ такав да покрива највећи број не покривених чворова (Хеуристика)
- Адаптацијом овог алгоритма се креира ОМК

Унапређена хеуристика

- Стандардна хеуристика не узима у обзир тежине покривених чворова већ само изабраног
- Нова хеуристика која узима тежине покривених чворова

$$\eta_{jk} = \frac{Cov(1 + \sum_{(i,j) \in E_c} w(i)\psi_k(i,j))}{w(j)}$$

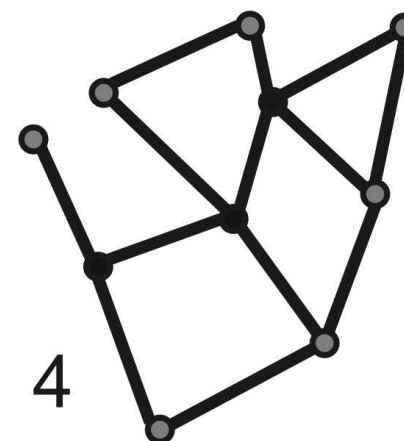
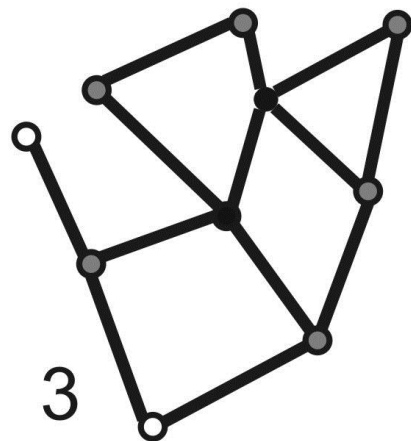
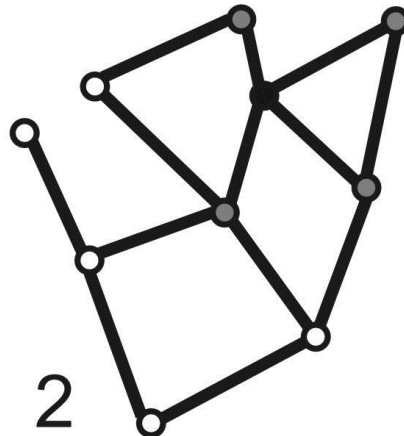
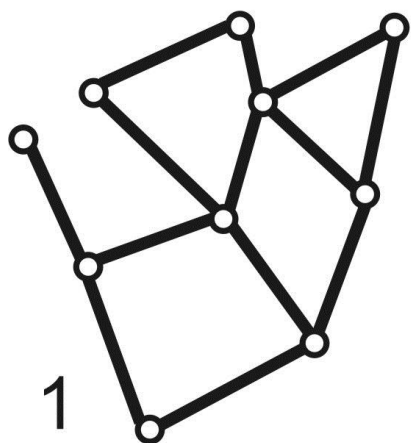
- η_{jk} преферира избор чворова који имају малу тежину, има велики број конекција ка чворовима великих тежина
- Коришћењем ове хеуристике креира се ОМК

Size	Greedy1	Greedy2	ACO
50*50	610.3	609.9	539.8
50*100	509.5	472.7	391.9
50*250	262.6	260.2	195.3
50*500	157.7	155.5	112.8
50*750	114.1	99.8	69.0
50*1000	86.2	83.0	44.7
100*100	1232	1223.7	1087.2
100*250	864.4	819.7	698.7
100*500	564.1	554.3	442.8
100*750	448.2	413.5	313.7
100*1000	352.6	336.4	247.8
100*2000	195.3	210.6	125.9
150*250	1799.5	1758.6	1630.1
150*500	1548.0	1496.4	1317.7
150*1000	1064.2	1051.8	899.9
150*2000	870.0	840.3	674.4
150*3000	704.4	685.8	540.7
200*250	415.2	366.3	293.1
200*500	288.8	283.9	204.7
200*750	2329.2	2274.1	2039.2
200*1000	1729.2	1707.8	1389.4
200*2000	1349.4	1324.9	1096.2
200*3000	1124.6	1102.0	869.9
200*500	703.5	665.3	524.1
200*1000	513.1	523.9	385.7

Size	Greedy1	Greedy2	ACO
500*500	6046.2	5944.6	5476.3
500*1000	4785.8	4664.2	4069.8
500*2000	3248.0	3140.8	2627.5
500*5000	1712.0	1689.8	1398.5
500*10000	990.6	1006.1	825.7
800*1000	9160.3	8953.4	8098.9
800*2000	6729.8	6597.6	5739.9
800*5000	3833.4	3747.5	3116.5
800*10000	2325.2	2248.9	1923
1000*1000	12146.3	11987.7	10924.4
1000*5000	5595.4	5501.3	4662.7
1000*10000	3550.5	3414.1	2890.3
0			
1000*15000	2562.6	2428.1	2164.3
0			
1000*20000	2017.8	1918.1	1734.3
0			

[Ant Colony Optimization Applied to Minimum Weight Dominating Set Problem](#), Raka Jovanovic, Milan Tuba, Dana Simian, **New Aspects of Automatic, Proceedings of the 12th WSEAS International Conference Control, Modeling and Simulation on Automatic Control, Modeling & Simulation, Catania, Italy, May 29-31, pp. 322-326 (2010)**

Графички алгоритам за повезану верзију проблема



Сродна истраживања

- Комплекснији грамзиви алгоритми: двофазни, избацавањем
- ОМК је успешно коришћен у варијанти са две фазе
- ОМК из једне фазе је избегаван јер бива лако заробљен у локалним оптимумима
- Изабрани чворови утичу на хеуристичку функцију и на кандидате за селекцију
- Интересантан проблем за употребу МИСЕ због значајно друкчијих карактеристика

- Транзиционно правило

$$p_j^k = \begin{cases} prob_j^k & j \in Gr_k \\ 0, & j \notin Gr_k \end{cases}$$

$$prob_j^k = \begin{cases} 1 & , q > q_0 & j = \arg \max_{i \in Gr_k} \tau_i \eta_i^k \\ 0 & , q > q_0 & j \neq \arg \max_{i \in Gr_k} \tau_i \eta_i^k \\ \frac{\tau_j \eta_j^k}{\sum_{i \in Gr^k} \tau_j \eta_i^k} & , q \leq q_0 \end{cases}$$

- Глоб ално правило

$$\Delta \tau_i = \begin{cases} 0 & , i \notin V' \\ \frac{1}{|V'|} & , i \in V' \end{cases}$$

$$\tau_i = (1 - p) \tau_i + \Delta \tau_i$$

- Локално

$$\tau_i = (1 - \varphi) \tau_i + \varphi \tau_0$$

МИСЕ за ПМПДС

- Користи се следећа хеуристика за МИСЕ

$$Sus = \frac{1}{1 + \eta(v, V')}$$

- МИСЕ у овај варијанти да је лоше резултате и чак квари квалитет решења
- Проблем је што је колонији тешко да одржава повезаност скупа

Секундарна корекција

- Повећавање вредности феромона на чворовима који нису део глобално најбољег решења а имају велику вероватноћу да се налазе у добрим решењима
- Чворови који нису део најбољег решења а покривају велик број чворова који се у њему налазе су јако вероватни у добрим решењима
- Дефинише се функција пожељности **$Des(v, V')$**

- Вероватноћа избора чворова који нису део најбољег решења за корекцију феромона

$$p_i(\textit{selected}) = \frac{N' - \textit{RankDes}(i, V')}{N'}$$

- Корекција феромона

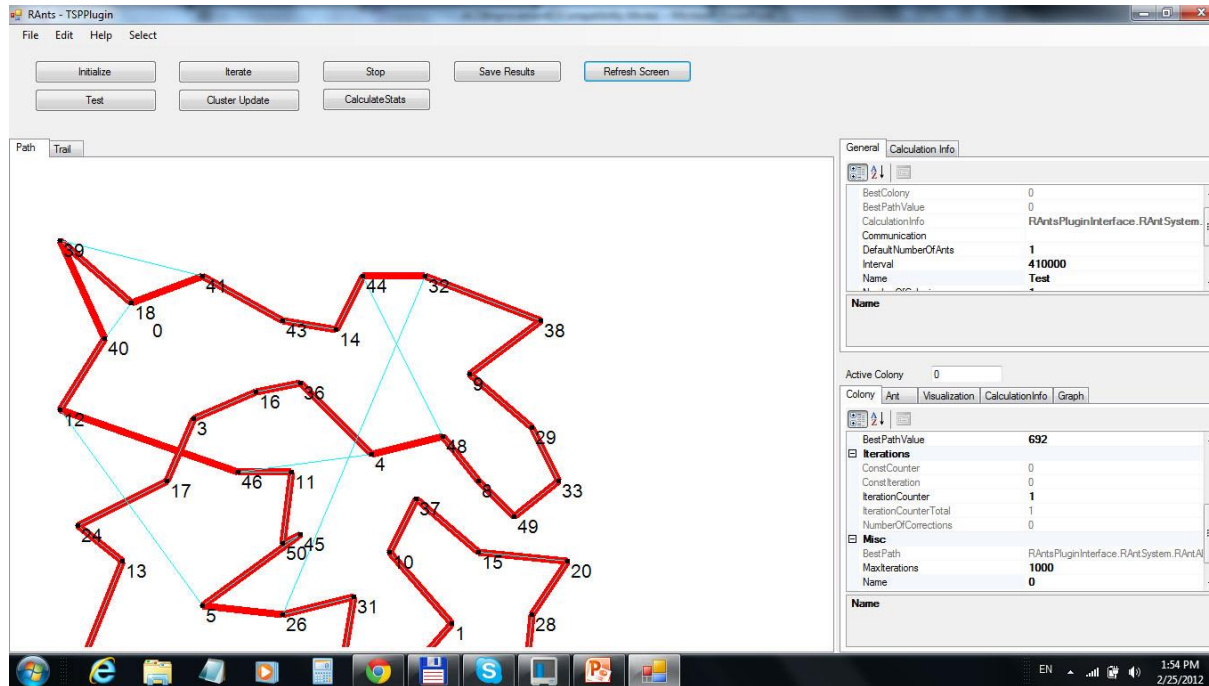
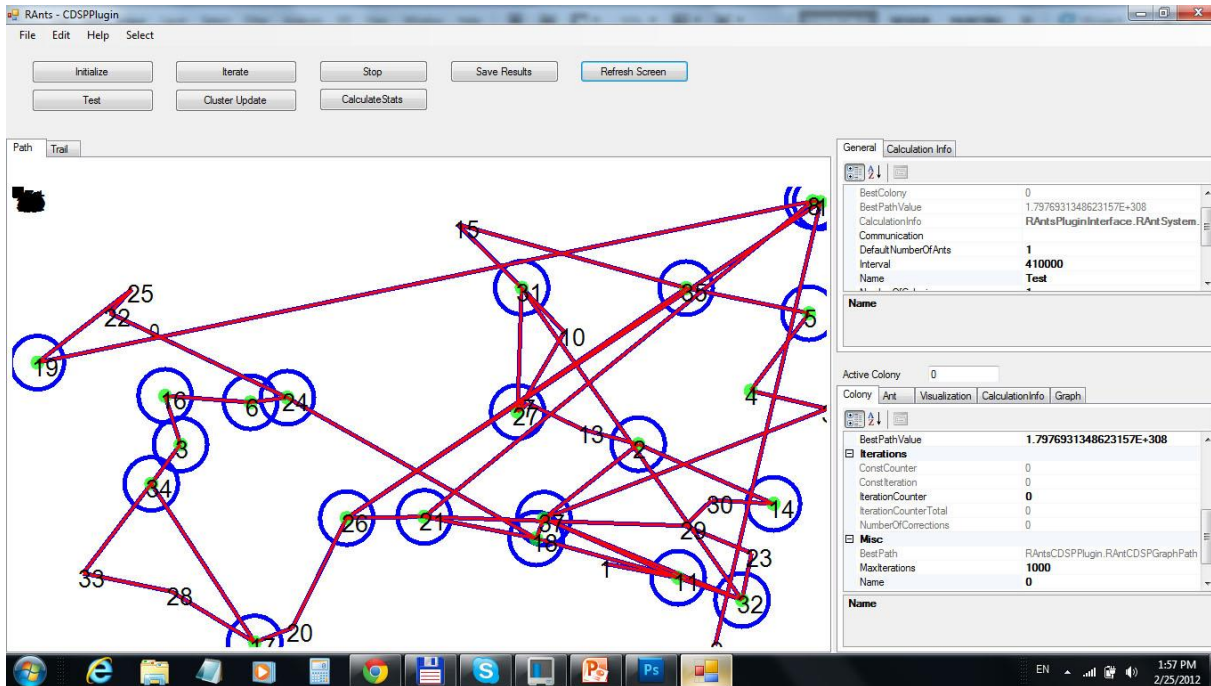
$$(\forall i \in \textit{Selected})(\tau_i = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2})$$

- Низ ExSuspects се и даље користи

[Ant Colony Optimization Algorithm with Pheromone Correction Strategy for Minimum Connected Dominating Set Problem](#), Raka Jovanovic and Milan Tuba, *ComSIS*, accepted for publishing

Програмско окружење

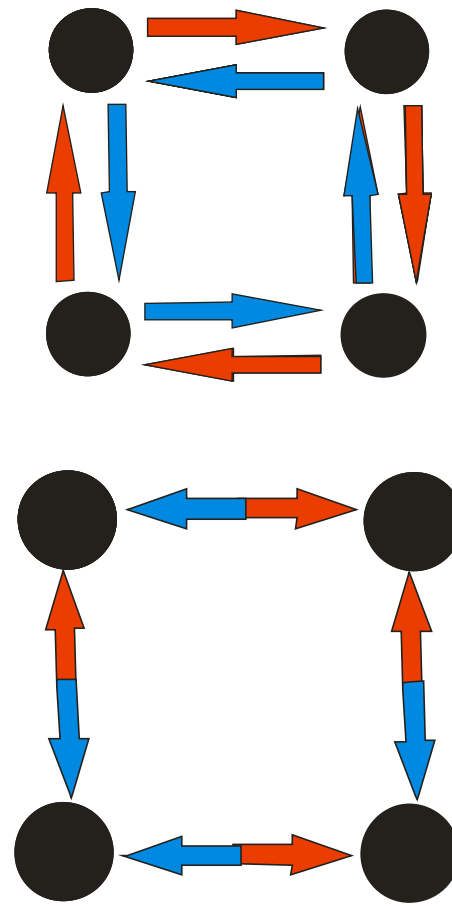
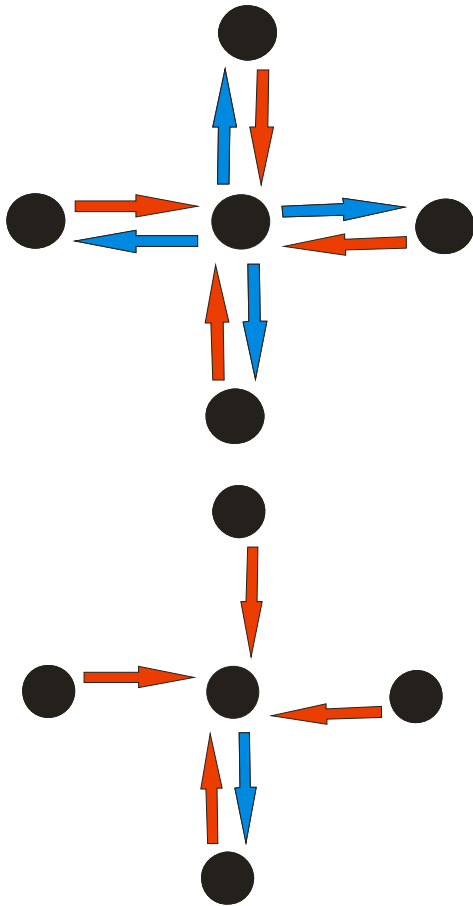
- Креиран софтвер за решавање проблема употребом ОМК у програмском језику С#
- Рађен као систем са проширењима за специфичне проблеме
- Акцент на визуелизацији
- Паралелизација кроз систем са више колонија



Паралелизација ОМК

- Може дати суперлинеарно унапређење перформанси када се користи концепт острва
- Најбољи метод комуникације међу колонијама је размена до тада најбољих нађених решења
- Вршена је анализа различитих топологија кластера колонија

Тестиране топологије



[Comparison of Different Topologies for Island-Based Multi-Colony Ant Algorithms for the Minimum Weight Vertex Cover Problems](#), Raka Jovanovic, Milan Tuba, Dana Simian, WSEAS Transactions on Computers, Vol. 9, No. 1, pp. 83-92 (2010)

Закључак

- Извршена исцрпна анализа варијација ОМК
- Унапређена је ОМК кроз нов вид хибридизације основног алгоритма
- Решени су проблеми који нису претходно решавани употребом ОМК
- Развијен нов вид комуникације између колонија приликом паралелизације употребом кластера колонија

Захваљујем се на пажњи