

# СРПСКА АКАДЕМИЈА НЕЛИНЕАРНИХ НАУКА

## Седми колоквијум

Среда 16. и четвртак 17. децембар 2020, почетак од 18 часова

Видео предавања преко Webex

### ПРОГРАМ

**16.12.2020.**

18:00-18:40 Зоран Ракић, **О нелокалној модификацији Ајнштајнове теорије гравитације**

19:00-19:40 Предраг Јовановић, **Гравитациона сочива: Теоријске основе и примене**

**17.12.2020.**

18:00-18:40 Најдан Алексић, **Метод Рица-Канторовича у анализи дисипативних структура моделованих комплексном једначином Гинзбурга-Ландау**

19:00-19:40 Ивана Атанасовска, **Нелинеарна механика контакта у склопу спрегнутих нелинеарности реалних механичких система**

(Предавања трају по 40 минута, а дискусије по 10 минута.)

# О НЕЛОКАЛНОЈ МОДИФИКАЦИЈИ АЈНШТАЈНОВЕ ТЕОРИЈЕ ГРАВИТАЦИЈЕ

Зоран Ракић

Математички факултет, Универзитет у Београду

И поред свих значајних открића и предвиђања гравитационих феномена, општа теорија релативности (или Ајнштајнова теорија гравитације) није коначна теорија гравитације. Велика космолошка посматрачка открића прошлог века, као што су велике брзине галаксија у кластерима и звезда у спиралним галаксијама (Ф. Цвики, 1933, В. Рубин, 1960) и убрзано ширење космоса (1998), као и постојање сингуларитета (Велики прасак) показују да је општу теорију релативности (ОТР) потребно модификовати. Постоји више модификација ОТР, од којих су неке настале непосредно након њеног формулисања (1917. Ајнштајн, 1919. Вајл,..). Најпознатије модификације су  $f(R)$ -модификација, Гаус-Бонеова модификација и нелокална модификација. Један од најактуелнијих покушаја формулације потпуније теорији гравитације је нелокална модификација ОТР. Ми смо истраживали моделе нелокалне гравитације дате следећим дејством,

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int_M (R - 2\Lambda + \mathcal{H}(R)\mathcal{F}(\square)\mathcal{G}(R) + \mathcal{L}_m) \sqrt{-g} d^4x,$$

где је  $M$  псеудо-Риманова многострукост сигнатуре  $(1, 3)$  са метриком  $(g_{\mu\nu})$ , са нелокалним чланом облика  $\mathcal{H}(R)\mathcal{F}(\square)\mathcal{G}(R)$ , уз  $\mathcal{H}$  и  $\mathcal{G}$  диференцијабилне функције скаларне кривине  $R$ , где је  $\mathcal{F}(\square) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \square^n$  аналитичка функција Даламберовог оператора  $\square$ ,  $\Lambda$  је космолошка константа, и  $\mathcal{L}_m$  је лагранжијан материје.

Користећи варијациони рачун примењен на дејство индуковано метричким тензором  $g_{\mu\nu}$ , добили смо одговарајуће крајње компликоване и *нелинеарне једначине кретања*. Прво смо посматрали неколико модела поменутог типа као и случај када је скаларна кривина константна. У последње време посматрали смо случај када је  $\mathcal{H}(R) = \mathcal{G}(R) = \sqrt{R - 2\Lambda}$ , и у том моделу нашли смо нова космолошка решења која су показала добро слагање са опсервационим подацима.

Овај рад добијен је у сарадњи са *И. Димитријевићем, Б. Драговићем, А. Кошелевом и Ј. Станковићем*.

# ГРАВИТАЦИОНА СОЧИВА: ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ И ПРИМЕНЕ

**Предраг Јовановић**

Гравитациона сочива су масивна небеска тела чије гравитационо поље изазива савијање зрака светлости емитованих са удаљених позадинских извора. У зависности од масе гравитационог сочива, као и његових растојања у односу на светлосни извор и посматрача, оно може да изазове појаву вишеструких ликова или појачање сјаја позадинских извора (јака сочива), као и деформације њихових облика (слаба сочива). Релација која повезује положај неког позадинског извора са положајима његових ликова насталих под утицајем расподеле масе у неком гравитационом сочиву, назива се једначина гравитационог сочива и она описује одговарајуће пресликавање из равни сочива у раван извора које се у принципу једноставно рачуна за било коју расподелу масе у сочиву. Међутим, један од најважнијих проблема у теорији гравитационих сочива је инверзија једначине сочива која се користи за налажење решења ове једначине, тј. за одређивање положаја свих ликова неког извора чији је положај познат. Пошто је једначина сочива нелинеарна у општем случају, могуће је добијање вишеструких ликова једног извора, а инверзија ове једначине се може извршити аналитички само за неке једноставне моделе за расподелу масе у сочиву. У случајевима када је димензија извора много мања у односу на скалу на којој долази до значајних промена у карактеристикама сочива, могуће је извршити локалну линеаризацију једначине сочива, док се у осталим случајевима примењује нумеричка инверзија ове једначине која је у општем случају нетривијална. Поред налажења положаја ликова, важно је такође и испитивање деформација њихових облика које су описане Јакобијаном пресликавања, као и одређивање тензора појачања њиховог сјаја, који је такође могуће линеаризовати.

У оквиру овог предавања биће укратко приказани основни принципи и поставке теорије гравитационих сочива, као и неке њихове најважније примене у савременој астрофизици и посматрачкој космологији. Поред тога, биће дат и кратак преглед неких од наших резултата из ове и повезаних области.

# МЕТОД РИЦА-КАНТОРОВИЧА У АНАЛИЗИ ДИСИПАТИВНИХ СТРУКТУРА МОДЕЛОВАНИХ КОМПЛЕКСНОМ ЈЕДНАЧИНОМ ГИНЗБУРГА-ЛАНДАУ

Најдан Алексић

Еволуционе квазилинеарне парцијалне диференцијалне једначине (ПДЈ) типа реакције-дифузије, са ретким изузецима једнодимензионалних, немају тачна решења. Добијање приближних решења еволуционих једначина популарном методом пертурбације је значајно ограничена класом једначина које је могуће решити: пертурбација мора бити мала а непертурбована једначина има егзактно решење. Посебан интерес представљају вишедимензионе еволуционе ПДЈ које немају егзактно решење непертурбисаног дела једначине. Срећом, ретко су потребана тачана решења. За већину примена довољно је знати како се развијају одређени параметри дисипативне структуре, као што су енергија, ширина, амплитуда. У овом случају веома је ефикасан модификовани метод Рица-Канторовича који је успешно коришћен у физици чврстог стања, физици плазме, нелинеарној оптици и биофизици.

На семинару биће демонстриран метод Рица-Канторовича у анализи стабилности самоорганизованих структура у нелинеарној оптици.

V Skarka, NB Aleksić, Physical Review Letters 96 (1), 013903 (2006)

V Skarka, NB Aleksić, H Leblond, BA Malomed, D Mihalache, Physical Review Letters 105 (21), 213901 (2010)

NB Aleksić, MS Petrović, AI Strinić, MR Belić, Physical Review A 85 (3), 033826 (2012)

NB Aleksić, V Skarka, DV Timotijević, D Gauthier, Physical Review A 75 (6), 061802 (2007)

BN Aleksić, NB Aleksić, V Skarka, M Belić, Physical Review A 91 (4), 043832 (2015)

BN Aleksić, NB Aleksić, MS Petrović, AI Strinić, MR Belić, Optics express 22 (26), 31842-31852 (2014)

# НЕЛИНЕАРНА МЕХАНИКА КОНТАКТА У СКЛОПУ СПРЕГНУТИХ НЕЛИНЕАРНОСТИ РЕАЛНИХ МЕХАНИЧКИХ СИСТЕМА

**Ивана Атанасовска**

Нелинеарна механика контакта бави се изучавањем механике контакта деформабилних тела и један је од нелинеарних феномена код реалних механичких система који се веома често јавља у склопу спрегнутих нелинеарности. Важност добијања решења за специфичне случајеве сложених система тела у контакту, али и потреба постављања универзалних хипотеза и зависности, позиционира задатак решавања проблема из домена нелинеарне контактне механике на значајном месту у савременим истраживањима. И поред сложености ових проблема, велики помак у решавању контактних проблема деформабилних тела, пре свега у случајевима сложене и нелинеарне геометрије површина тела у контакту, као и у случајевима великих деформација и нелинеарних карактеристика материјала, постигнут је развојем методе коначних елемената за решавање нелинеарних контактних проблема, чије ће основе бити приказане у излагању.

Посебно треба истаћи да се у овој истраживачкој области проблеми спрегнутих нелинеарности које укључују вишеструки контакт сматрају веома сложеним проблемима, који осим у специфичним случајевима идеалних геометријских тела у контакту, немају тачна аналитичка решења. Управо је овај задатак основни фокус овог предавања, у коме је посебна пажња посвећена приказу оригиналног приступа на примерима реалних механичких система са вишеструким контактом и спрегнутим нелинеарностима (као што су нелинеарна расподела оптерећења у проблемима вишеструког контакта, нелинеарна динамика механичких система са вишеструким контактом и други). Дискутовано је постављање нових оригиналних постулата и зависности код сложених реалних механичких система, као што су зупчасти парови и котрљајни лежаји. Такође, дат је и приказ сопствених резултата у другим областима са проблемима контактних напрезања, као што су зубни имплантанти у стоматологији и апсорбери кинетичке енергије код железничких возила.