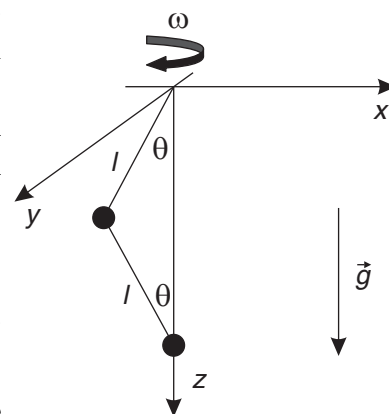


# Pismeni ispit iz TEORIJSKE MEHANIKE

## 17. jun 2009.

1. Dve jednake čestice mase  $m$  zakačene su pomoću dva bezmasena štapa dužine  $l$  kao na slici 1. Prva čestica je zakačena za koordinatni početak, a druga čestica je vezana za prvu česticu, pri čemu se druga čestica nalazi na  $z$  osi. Ceo sistem rotira konstantnom ugaonom brzinom  $\omega$  oko  $z$ -ose i nalazi se u homogenom gravitacionom polju. Ugao koji gornja kuglica zaklapa sa  $z$ -osom je  $\theta$ .



- Formirati Lagranževu funkciju sistema. (15 b)
  - Nađite ravnotežna stanja i ispitati njihovu stabilnost. Razmotrite limese spore i brze rotacije (malo i veliko  $\omega$ ). (5 b)
  - Nađite hamiltonijan sistema. Da li je on očuvan? Da li je jednak ukupnoj mehaničkoj energiji? (10 b)
2. Čestica mase  $m$  kreće se u centralnom polju nepoznate zavisnosti  $U(r)$ . Jednačina orbite je  $r = \frac{aL}{\sqrt{2mE}} \sin^{-1}(a\theta)$ . Ovde je  $L$  moment impulsa,  $E$  ukupna energija, dok je  $a$  konstanta veća od 1. Odrediti potencijal  $U(r)$ . (30 b)

### Kolokvijum

3. Tenzor napona unutar sredine u kojoj nema zapreminskih sila zadat je matricom

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 & T_{12}(x_1, x_2) & 0 \\ T_{12}(x_1, x_2) & x_1 - 2x_2 & 0 \\ 0 & 0 & x_2 \end{pmatrix}.$$

Znajući da su delići fluida u ravnoteži, kao i da je napon oji deluje na ravan  $x_1 = 1$  jednak  $\vec{P} = (1 + x_2)\vec{e}_1 + (5 - x_2)\vec{e}_2$  odrediti  $T_{12}(x_1, x_2)$ . (24 b)

4. U sistemu  $S$  čestica mase  $m_1$  i energije  $E_1$  kreće se prema čestici mase  $m_2$  koja miruje. Naći brzinu sistema centra masa čestica, a potom odrediti brzine čestica u odnosu na referentni sistem vezan za centar mase. (16 b)

Korisne formule:

$$(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \text{grad} \left( \frac{1}{2}v^2 \right) - \vec{v} \times \text{rot} \vec{v}, \quad \Delta \vec{v} = \text{grad} \text{div} \vec{v} - \text{rot} \text{rot} \vec{v},$$

Cilindrične koordinate:

$$\text{div} \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad \text{grad} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z,$$

$$\text{rot} \vec{v} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \vec{e}_r & \vec{e}_\varphi & \frac{1}{r} \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_r & rv_\varphi & v_z \end{vmatrix}, \quad \Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Napomene:

Nije dozvoljena upotreba literature. Rešenja bez obrazloženja i jasno definisanih oznaka neće biti pregledana. Ceo ispit traje 4 sata. Studenti koji su u toku nastave (na domaćim zadacima i kolokvijumima) sakupili dovoljan broj poena, mogu da rade samo treći i četvrti zadatak i za njih ispit traje 2 sata. Rezultati će biti objavljeni u petak, 19. juna, u 10:30 sati na PMF-u. Neslužbene rezultate ispita možete naći na sajtu kursa <http://www.phy.bg.ac.yu/~latas/tm/>